

Kraftfeld des HERTZ'schen Dipols auf ruhende Ladungen

André Waser*

Erstellt: 28.06 2000
Letztmals revidiert: -

Einleitung

Im Jahr 1888 hat Heinrich Rudolf HERTZ^{[5]-[7]} die Ausbreitung elektrischer Energie von einem schwingenden elektrischen Oszillator mit Funkenstrecke auf einen entfernten elektrischen Schwingkreis gezeigt. Die Funkenstrecke wurde später nicht mehr benötigt und es entstand daraus eine einfache Anordnung, die heute als HERTZ'scher Dipol bekannt ist. HERTZ hat mit Hilfe dieser Schaltung in seinem Klassenzimmer die Übertragung von elektrischer Energie von einem elektrischen Schwingkreis auf einen anderen elektrischen Schwingkreis gezeigt.

Als Modellvorstellung über das, was da vor sich ging, diente eine ebenfalls von Hertz durchgeführte Lösung der aus der MAXWELL'schen Gleichungen, die für die Randbedingungen des HERTZ'schen Experimentes angewendet wurden. Das HERTZ'sche Experiment hat die theoretischen Voraussagen der MAXWELL'schen Theorie eindrücklich bestätigt und wurde deshalb weltberühmt.

Besonders wichtig war die Feststellung, dass sich elektromagnetische Energie als Welle durch den Äther fortbewegen kann, wie das die MAXWELL'schen Gleichung voraussagen. Eine weitere wichtige Bestätigung der MAXWELL'schen Voraussagen war der Nachweis, dass die Schwingungsebene dieser Welle in großen Entfernungen zum Dipol senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stand (Transversalwelle), und dass in großer Distanz keine Schwingungen in Ausbreitungsrichtung (Longitudinalwelle) mehr messbar sind. Ebenfalls wurde gezeigt, dass sich diese Welle an Gitterstäben reflektieren lässt, wenn die Gitterstäbe parallel zur Antenne ausgerichtet wurden, und dass keine Reflexion stattfindet, wenn die Gitterstäbe senkrecht zur Antenne stehen. All dies wurde als Bestätigung angesehen, dass es sich tatsächlich um eine elektromagnetische Welle im Äther handeln muss, wie es die Theorie voraussagt.

Die theoretische Herleitung für das HERTZ'sche Experiment wird mit dem Konzept des elektrischen und magnetischen Feldes durchgeführt. Dieser Aufsatz soll zeigen, dass die bekannten Wirkungen der sogenannten elektromagnetischen Strahlung nur mit Hilfe von Kräften zwischen Ladungen – ohne Einbezug eines magnetischen Feldes – gelöst werden können, ohne daß überhaupt eine Wellengleichung der Felder nötig wird. Das Resultat erklärt sehr anschaulich die Ursache für die verschiedenen Feldanteile eines in der Nähe und in großer Distanz zu einem HERTZ'schen Dipol.

* André Waser, Birchli 35, CH-8840 Einsiedeln

Elektrische Kraftwirkungen zwischen Ladungen

Der Autor^[14] hat gezeigt, dass die Anwendung einer Gleichung, welche auf Wilhelm Eduard WEBER^[1] zurückgeht, zur Berechnung der Kraft zwischen gleichförmig bewegten Ladungen vollständig ausreicht, um Experimente zu beschreiben, in denen die Kräfte zwischen beschleunigten Ladungen nicht berücksichtigt werden müssen.

Das gleiche Vorgehen soll jetzt für die Berechnung der Kraftwirkung eines HERTZ'schen Dipols auf eine positive Probeladung q^+ angewendet werden. Weil im HERTZ'schen Dipol keine gleichförmigen Bewegungen mehr vorliegen, kann die vereinfachende Gleichung für gleichförmig bewegte Ladungen nicht mehr verwendet werden sondern es gilt die allgemeine Gleichung des LIÉNARD-WIECHERT Feldes^[4]:

$$\frac{\mathbf{F}}{q^+} = \mathbf{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 (1-\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{r}^0)^3} \left\{ \frac{1-\beta^2}{r^2} (\mathbf{r}^0 - \boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{c^2 r} \left[\mathbf{r}^0 \times ((\mathbf{r}^0 - \boldsymbol{\beta}) \times \mathbf{a}) \right] \right\}. \quad (1.1)$$

mit

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad \boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c}, \quad K = 1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n},$$

Beim HERTZ'schen Dipol ist die Richtung des Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsvektors der Ladungen gleich, so dass sich (1.1) vereinfacht zu

$$\mathbf{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 (1-\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{r}^0)^3} \left\{ \frac{1-\beta^2}{r^2} (\mathbf{r}^0 - \boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{c^2 r} \left[(\mathbf{a} \square \mathbf{r}^0) \mathbf{r}^0 - \mathbf{a} \right] \right\}. \quad (1.2)$$

Mit der vorgeschlagenen^[14] Korrektur γ wird dieses Feld zu

$$\mathbf{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 (1-\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{r}^0)^3} \left\{ \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{r^2} (\mathbf{r}^0 - \boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{c^2 r} \left[(\mathbf{a} \square \mathbf{r}^0) \mathbf{r}^0 - \mathbf{a} \right] \right\} \quad (1.3)$$

In der nachfolgenden Herleitung sollen nur die linearen Einflüsse der Geschwindigkeit verwendet werden, um zu zeigen, dass das traditionelle Resultat damit erreicht werden kann. Tatsächlich treten auch viele nichtlineare Glieder auf, was übrigens ein Markenzeichen des HERTZ'schen Dipols ist, das schon Nikola TESLA^[12] bemängelt hat. Werden nur die linearen Glieder berücksichtigt, so ist das Resultat unabhängig davon, ob (1.2) oder (1.3) zur Berechnung verwendet wird. Ein Test, ob die geforderte Korrektur γ wie bei der Induktion durch gleichförmige Bewegung auch beim HERTZ'schen Dipolfeld sichtbar ist, wird nur dann möglich, wenn die Glieder β höheren Grades auch gemessen werden. Solche Messungen sind außerordentlich schwierig, da die Geschwindigkeiten der Elektronen im Leiter sehr klein sind, und somit β^2 gegenüber β um mehr als den Faktor der Lichtgeschwindigkeit kleiner wird.

Es soll an dieser Stelle nur angedeutet werden, dass das bekannte Experiment von Albert MICHELSON & Eduard MORLEY^[9] zur Messung der Lichtgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Bewegung zum Äther eine solche Messung ist, die Glieder bis zu β^2 genügend genau bestimmen kann. Und genau dieses Experiment, das keinen Einfluss des Äthers nachweisen konnte, führte letztlich dazu, dass der relativistische Korrekturfaktor γ Einzug hielt in die Physik zum Beispiel für die Definition der Längendilatation.

HERTZ'sche Dipolantenne

Der nach Heinrich HERTZ bekannt gewordene Oszillator besteht aus zwei Metallkugeln, welche über einen Wechselspannungsgenerator elektrisch miteinander verbunden sind. Bei genügend hohen Frequenzen und kleinen Strömen kann auf die Kugeln verzichtet werden, wie das in der heutigen Funktechnik üblich ist.

Bei eingeschalteter Wechselspannung werden die Kugeln mit der Oszillationsfrequenz $\omega = 2\pi f$ gegengleich geladen bez. entladen. Für eine Probeladung q^+ im mittleren Abstand r vom Dipol $Q^+ - Q^-$ gilt Bild 1:

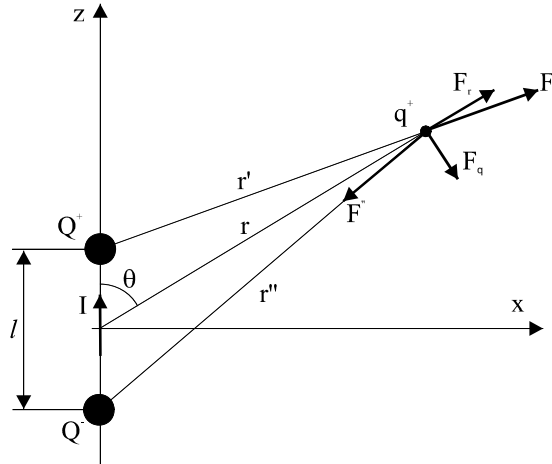


Bild 1: HERTZ'scher Dipol

Zur Vereinfachung soll mit dem mittleren Abstand r gerechnet werden. Für die Bedingung $l \ll r$ können die Abstände r' und r'' durch r ausgedrückt werden. Es gilt Bild 2:

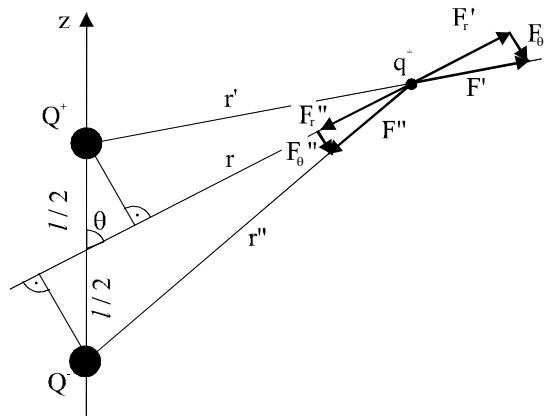


Bild 2: Geometrie des HERTZ'schen Dipols

Werden alle Glieder mit l^2/r^2 und höheren Grades vernachlässigt, so gilt für die Abstände mit $l \ll r$:

$$\begin{aligned}
r' &\cong r - \frac{l}{2} \cos \theta & r'' &\cong r + \frac{l}{2} \cos \theta \\
\frac{1}{r'} &\cong \frac{1}{r} \left(1 + \frac{l}{2r} \cos \theta \right) & \frac{1}{r''} &\cong \frac{1}{r} \left(1 - \frac{l}{2r} \cos \theta \right) \\
\frac{1}{r'^2} &\cong \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{l}{r} \cos \theta \right) & \frac{1}{r''^2} &\cong \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{l}{r} \cos \theta \right)
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Die Kraft auf die Ladung q^+ soll - wie in der Literatur üblich - in die Komponenten \mathbf{F}_r in Richtung von \mathbf{r} und \mathbf{F}_θ senkrecht dazu aufgeteilt werden. Diese Kraft setzt sich zusammen aus der COULOMB'schen Kraft \mathbf{F}_1 der beiden Pole Q^+ und Q^- sowie aus der geschwindigkeitsabhängigen Kraft \mathbf{F}_2 und der beschleunigungsabhängigen Kraft \mathbf{F}_3 des Stromes I zwischen den Ladungen Q^+ und Q^- . Die COULOMB'schen Kräfte \mathbf{F}_1' und \mathbf{F}_1'' können für $l \ll r$ wie die Abstände r' und r'' vereinfachend nur in Abhängigkeit vom Winkel θ dargestellt werden:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathbf{F}'}{r'} &= \frac{\mathbf{F}'_\theta}{\frac{l}{2} \sin \theta} = \frac{\mathbf{F}'_r}{r - \frac{l}{2} \cos \theta} \Rightarrow \mathbf{F}'_\theta = \mathbf{F}' \frac{l}{2r} \sin \theta; \quad \mathbf{F}'_r = \mathbf{F}' \\
\frac{\mathbf{F}''}{r''} &= \frac{\mathbf{F}''_\theta}{\frac{l}{2} \sin \theta} = \frac{\mathbf{F}''_r}{r + \frac{l}{2} \cos \theta} \Rightarrow \mathbf{F}''_\theta = \mathbf{F}'' \frac{l}{2r} \sin \theta; \quad \mathbf{F}''_r = \mathbf{F}''
\end{aligned} \tag{1.5}$$

In beiden Polen Q^+ und Q^- variiert die negative Ladung mit der Zeit, während die positiven Ladungen konstant vorhanden sind. Für die gegengleiche Oszillation der Pole kann die zeitliche Funktion deren Ladung sowie des Stromes zwischen diesen Ladungen mit einer Schwingung der Frequenz ω angesetzt werden zu:

$$Q^+(t) = \hat{Q} e^{i\omega t} \quad Q^-(t) = -\hat{Q} e^{i\omega t} \tag{1.6}$$

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = i\omega \hat{Q} e^{i\omega t} \tag{1.7}$$

Pole Für die COULOMB'sche Kraft der beiden auf q^+ gilt:

$$\frac{\mathbf{F}_1'}{q^+} = \frac{\hat{Q} e^{i\omega t}}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \mathbf{r}'^0 \quad \frac{\mathbf{F}_1''}{q^+} = -\frac{\hat{Q} e^{i\omega t}}{4\pi\epsilon_0 r''^2} \mathbf{r}''^0 \tag{1.8}$$

Mit (1.4) folgt:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathbf{F}_1'}{q^+} &= \frac{\hat{Q} e^{i\omega t}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 + \frac{l}{r} \cos \theta}{r^2} \left[\mathbf{r}_r^0 + \frac{l}{2r} \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right], \\
\frac{\mathbf{F}_1''}{q^+} &= \frac{\hat{Q} e^{i\omega t}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 - \frac{l}{r} \cos \theta}{r^2} \left[-\mathbf{r}_r^0 + \frac{l}{2r} \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right].
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Die Summe der Kräfte beider ruhenden Pole ist dann mit (1.7)

$$\frac{\mathbf{F}_1}{q^+} = -\frac{I(t)l}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2i}{\omega r^3} \cos \theta \mathbf{r}_r^0 + \frac{i}{\omega r^3} \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \tag{1.10}$$

Dieses Zwischenergebnis zeigt nur Feldanteile proportional $1/r^3$. Als nächstes wird der Einfluss der bewegten Ladungen betrachtet. Mit Blick auf die vollständige Formulierung des LIÉNARD-WIECHERT Feldes (1.1) wird neben der Beschleunigung \mathbf{a} auch für die Geschwindigkeit \mathbf{v} der Ladungen im Stromleiter das elektrische Feld im retardierten Abstand r beschrieben. Für sich zeitlich ändernde Ströme – also auch für sich ändernde Geschwindigkeiten – ist die für gleichförmige Geschwindigkeiten erfolgreich^[14] benutzte Gleichung (1.3) für die aktuelle Position nicht mehr anwendbar. Es muss somit mit den geschwindigkeitsabhängigen, retardierten Term des LIÉNARD-WIECHERT Feldes gerechnet werden.

Der Strom sei keine Funktion der Ausbreitungsrichtung \mathbf{z} (bez. $\lambda = 2\pi c/\omega \ll r$), d.h. zu einem gegebenen Zeitpunkt haben alle freien Elektronen im Leiterstück zwischen Q^+ und Q^- dieselbe Geschwindigkeit und Beschleunigung. Die Kräfte der im Leiter l ruhenden Ladungen q_1^+ sowie der im Leiter bewegten Ladungen q_1^- wirken zusammen auf die Ladung q^+ . Ist die Geschwindigkeit \mathbf{v} nicht von der Position in z -Richtung abhängig, so gelten für eine Leiterzelle bestehend aus einem Leiter-Ion q_1^+ und einem Leitungselektron q_1^- die Kräfte:

$$\frac{d\mathbf{F}_2^-}{q^+} = \frac{q_1^-}{4\pi\epsilon_0(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{r}^0)^3} \frac{1-\beta^2}{r^2} (\mathbf{r}^0 - \boldsymbol{\beta}) \quad \text{und} \quad \frac{d\mathbf{F}_2^+}{q^+} = \frac{q_1^+}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}^0 \quad (1.11)$$

und die Gesamte Kraft

$$\frac{d\mathbf{F}_2}{q^+} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{r}^0)^3 r^2} \left\{ \left[1-\beta^2 - (1-\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{r}^0)^3 \right] \mathbf{r}^0 - (1-\beta^2) \boldsymbol{\beta} \right\} \quad (1.12)$$

Durch Ausmultiplizieren aller Glieder und mit Anwendung der Taylor-Entwicklungen folgt mit der Ausklammerung aller quadratischen und höheren Glieder von β der lineare Teil zu

$$\frac{d\mathbf{F}_2}{q^+} = \frac{e v}{4\pi\epsilon_0 c r^2} \left[3 \cos \theta \mathbf{r}_r^0 - \mathbf{v}^0 \right] \quad (1.13)$$

Aus Bild 2 folgt $\mathbf{v}^0 = \cos \theta \mathbf{r}_r^0 - \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0$. Daraus wird

$$\frac{d\mathbf{F}_2}{q^+} = \frac{e v}{4\pi\epsilon_0 c r^2} \left[2 \cos \theta \mathbf{r}_r^0 + \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \quad (1.14)$$

was für ein Stromelement der Länge $d\xi$ erweitert werden kann zu

$$\frac{d\mathbf{F}_2}{q^+} = \frac{N_1 A_1 e v(t_r) d\xi}{4\pi\epsilon_0 c r^2} \left[2 \cos \theta \mathbf{r}_r^0 + \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] = \frac{I(t_r) d\xi}{4\pi\epsilon_0 c r^2} \left[2 \cos \theta \mathbf{r}_r^0 + \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \quad (1.15)$$

Die Integration über die gesamte Leiterlänge l führt schließlich zur geschwindigkeitsabhängigen Kraft \mathbf{F}_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{F}_2}{q^+} &= \frac{I}{4\pi\epsilon_0 c} \left[2 \cos \theta \mathbf{r}_r^0 + \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{2\xi}{r} \cos \theta \right) d\xi \\ &= \frac{I l}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2}{c r^2} \cos \theta \mathbf{r}_r^0 + \frac{1}{c r^2} \sin \theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \end{aligned} \quad (1.16)$$

Zum Schluss wird die Kraftwirkung der beschleunigten Ladungen betrachtet. Wiederum soll die Beschleunigung keine Funktion von z sein. Die Gleichung (1.2) kann für den HERTZ'schen Dipol auf alle freien, beschleunigten Ladungen q^- angewendet werden:

$$\frac{d\mathbf{F}_3}{q^+} = \frac{dq^- a(t)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \left[(\mathbf{r}^0 \cdot \mathbf{a}^0) \mathbf{r}^0 - \mathbf{a}^0 \right] = \frac{N_1 A_1 q^- \frac{dv}{dt} d\xi}{4\pi\epsilon_0 c^2 r_\xi} \left[\cos\theta \mathbf{r}_r^0 - \cos\theta \mathbf{r}_r^0 + \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \quad (1.17)$$

$$\frac{d\mathbf{F}_3}{q^+} = \frac{i\omega I d\xi}{4\pi\epsilon_0 c^2 r_\xi} \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0 \quad (1.18)$$

Durch Integration aller Stromelemente $d\xi$ folgt für die Kraft \mathbf{F}_3 mit $l \ll r$:

$$\frac{\mathbf{F}_3}{q^+} = \frac{i\omega I}{4\pi\epsilon_0 c^2} \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{\xi}{r} \cos\theta \right) d\xi = \frac{i\omega I l}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0 \quad (1.19)$$

Und es folgt für die beschleunigungsabhängige Kraft \mathbf{F}_3 :

$$\frac{\mathbf{F}_3}{q^+} = \frac{I l}{4\pi\epsilon_0} \frac{i\omega}{c^2 r} \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0 \quad (1.20)$$

Die Addition der Feldanteile der ruhenden Ladungen (1.10), der bewegten Ladungen (1.16) und der beschleunigten Ladungen (1.20) ergibt das aus der Literatur bekannte Feld für $l \ll r$:

$$\frac{\mathbf{F}}{q^+} = \mathbf{E}(t_r) = \frac{I(t_r) l}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{2}{cr^2} - \frac{i2}{\omega r^3} \right) \cos\theta \mathbf{r}_r^0 + \left(\frac{i\omega}{c^2 r} + \frac{1}{cr^2} - \frac{i}{\omega r^3} \right) \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \quad (1.21)$$

Diese Herleitung hat gezeigt, daß das Strahlungsfeld \mathbf{E} eines HERTZ'schen Dipols nur auf Grund von relativ zueinander ruhenden, bewegten und beschleunigten Ladungen berechnet werden kann. Die Ursache der Feldanteile in (1.21) in Abhängigkeit der Potenz vom Abstand r können eindeutig zugeordnet werden.

In erster Näherung werden die Feldanteile beim HERTZ'schen Dipol

- **proportional $1/r^3$** durch *ruhende* Ladungen verursacht,
- **proportional $1/r^2$** durch *bewegte* Ladungen verursacht und
- **proportional $1/r$** durch *beschleunigte* Ladungen verursacht.

weiter sind die einzelnen Welleneigenschaften aus (1.21) ersichtlich zu:

- **proportional $1/r^3$** haben Transversal- und Longitudinalanteile,
- **proportional $1/r^2$** haben Transversal- und Longitudinalanteile und
- **proportional $1/r$** hat nur einen Transversalanteil.

Vergleich mit der Literatur

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung, wie sie in ähnlicher Form von MOON & SPENCER^[10] vorgeschlagen wurde, bietet das Potentialfeld der beiden Pole Q^+ und Q^- . Die entsprechende Gleichung für das Potential einer Ladung ist gültig für konstante Ladungen. Ändert sich eine Ladung, so ist die Zeit, welche die Potentialänderung braucht, um zu einer anderen Ladung zu gelangen, mit zu berücksichtigen. Das retardierte Potential einer zeitlich veränderlichen Ladung im Abstand r ist

$$\varphi(r, t) = \frac{Q(t - r/c)}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.1)$$

Der Gradient dieses Potentials ergibt das elektrische Kraftfeld zwischen zwei Ladungen im Abstand r

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{Q(t-r/c)}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{\dot{Q}(t-r/c)}{4\pi\epsilon_0 cr} \quad (2.2)$$

Das elektrische Feld einer zeitlich veränderlichen Ladung zeigt weiterhin in radialer Richtung. Hinzugekommen ist ein Glied proportional zu $1/r$, welches seine Ursache in der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer Feldänderung hat. Üblicherweise treten in praktischen Experimenten nie einzelne zeitlich variable Ladungen auf, sondern mindestens zwei. Dies ist eine Konsequenz des Satzes zum Erhalt der Ladungen. Trotzdem ist dieses retardierte Feld einer zeitlich variablen Ladung zur Berechnung der HERTZ'schen Dipolantenne mit zwei Ladungskugeln geeignet. Für die gegengleiche Oszillation der Frequenz ω der Pole kann die zeitliche Funktion deren Ladung jetzt angesetzt werden zu:

$$Q^+(\mathbf{r}, t) = \hat{Q}e^{i\omega(t-r'/c)} \quad Q^-(\mathbf{r}, t) = \hat{Q}e^{i\omega(-t+r''/c)} \quad (2.3)$$

Für die retardierte COULOMB'sche Kraft der beiden Pole auf q^+ gilt:

$$\frac{\mathbf{F}'}{q^+} = \frac{\hat{Q}e^{i\omega(t-r'/c)}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r'^2} + \frac{i\omega}{cr'} \right) \mathbf{r}'^0 \quad \frac{\mathbf{F}''}{q^+} = \frac{\hat{Q}e^{-i\omega(t-r''/c)}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r''^2} + \frac{i\omega}{cr''} \right) \mathbf{r}''^0 \quad (2.4)$$

Nach derselben Herleitung, wie es schon MOON & SPENCER^[10] gemacht haben, folgt

$$\frac{\mathbf{F}_1}{q^+} = \frac{I(t)l}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{i\omega}{c^2 r} + \frac{2}{cr^2} - \frac{i2}{\omega r^3} \right) \cos\theta \mathbf{r}_r^0 + \left(\frac{1}{cr^2} - \frac{i}{\omega r^3} \right) \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0 \right] \quad (2.5)$$

Dieses Resultat entspricht fast dem bekannten Resultat (1.21). Die Terme proportional zu $1/r^3$ und zu $1/r^2$ sind korrekt enthalten, nicht jedoch der Term proportional zu $1/r$. Würde die Gleichung (2.5) gelten, dann müsste eine longitudinale Welle mit der Amplitude proportional $1/r$ existieren, was nicht der experimentellen Erfahrung entspricht.

In der Literatur (z.B. [4]^{Gl.9.28}) wird jetzt überraschenderweise in (1.2) das Skalarprodukt zwischen \mathbf{a} und \mathbf{r} weggelassen und anstelle von (1.17) gilt dann:

$$\frac{d\mathbf{F}_3}{q^+} = \frac{dq^- a(t)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} [-\mathbf{a}^0] = \frac{i\omega Id\xi}{4\pi\epsilon_0 c^2 r_\xi} [-\cos\theta \mathbf{r}_r^0 + \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0] \quad (2.6)$$

und daraus für die Kraft \mathbf{F}_3

$$\frac{\mathbf{F}_3}{q^+} = \frac{i\omega Il}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} [-\cos\theta \mathbf{r}_r^0 + \sin\theta \mathbf{r}_\theta^0] \quad (2.7)$$

was schließlich auch zum bekannten Resultat (1.21) des HERTZ'schen Dipols führt. Üblicherweise wird in der Literatur (z.B. [1]^{S.239-244}; [4]^{S.296-301}) statt mit zeitlich variablen Ladungen mit dem sogenannten HERTZ-Vektor \mathbf{p} gearbeitet, welcher im Grunde genommen statt das Feld einer einzelnen Ladung immer das Feld von einem Ladungsdipol in Richtung von \mathbf{r} beschreibt. Diese traditionelle Herleitung führt zum genau gleichen Ergebnis wie Gleichung (2.5), welche mit den retardierten Feldern zweier einzelnen Ladungen hergeleitet wurde. Ebenso wird mit der traditionellen Herleitung (z.B. [1]^{S.242}; [4]^{Gl.9.38}) das Feld des Stromes zwischen den Polen Q^+ und Q^- analog zu Gleichung (2.7) beschrieben.

Dieser etwas aufwendige Rekurs mit zweifacher Herleitung des Feldes einer HERTZ'schen Dipolantenne war notwendig, um die Unterschiede der neuen und der bekannten Herleitung aufzuzeigen, welche beide schließlich dasselbe Resultat ergeben. Der Grund liegt – wie bei den Beispielen zu den Induktionsmaschinen – wieder darin, daß der elektrische Strom I im Stromelement der Länge $d\xi$ einmal als Bewegung von

Ladungsquanten qv , einmal als Stromdichte \mathbf{J} im Volumen dV und einmal als HERTZ'sches Feld $d\mathbf{p}/dt$ angesehen wird.

Es ist bekannt^[14], daß der geschwindigkeitsabhängige Term des LIÉNARD-WIECHERT Feldes (1.1) einer Korrektur γ bedarf. Diese wäre auch für Herleitung des geschwindigkeitsabhängigen Feldanteils zum HERTZ'schen Dipol notwendig, doch solange nur die linearen Glieder von β berücksichtigt werden, wie dies für die gesamte Herleitung und im speziellen für (1.13) der Fall ist, dann macht sich diese notwendige Korrektur nicht bemerkbar. Deshalb können Kraftbeziehungen zwischen beschleunigten Ladungen für $v \ll c$ mit Anwendung des LIÉNARD-WIECHERT Felds (1.1) bez. (1.2) ohne Korrektur berechnet werden.

Aus den vereinfachten Annahmen (1.4) zur Berechnung des elektrischen Feldes geht weiter hervor, daß noch quadratische und höhere Glieder des Winkels θ auftreten, welche allerdings gegenüber den Feldanteilen in (1.21) für den Fall $l \ll r$ verschwindend klein werden. Zusätzlich sind nicht lineare Glieder bezüglich den geschwindigkeitsabhängigen Feldern zu erwarten, welche aber erst für sehr große Geschwindigkeiten überhaupt bemerkbar werden.

Longitudinalwellen

Seit einiger Zeit wird das Thema der elektromagnetischen Longitudinalwellen wieder diskutiert. Einige^[8] vermuten, daß Nikola TESLA mit solchen Wellen gearbeitet hat, wie TESLA^[13] selbst behauptete. Andere^[1] vermuten, daß mit einer Modellierung der Elektrodynamik mit komplexen Quaternionen (LIE-Algebra) skalare Wellen für den Fall entstehen können, wenn die als LORENTZ-Eichung bekannte Gleichung

$$\nabla \square \mathbf{A} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (2.8)$$

nicht mehr gilt. Ein messtechnischer Nachweis solcher Skalarwellen ist bis heute nicht gelungen. Kürzlich^[11] wurde von Konstantin MEYL ein Experiment zu Longitudinalwellen vorgestellt, welches mit klassischer Schaltungstechnik erklärt werden kann^[16], und somit nicht als eindeutiger Nachweise von Skalarwellen gewertet werden darf.

Es wird in einer anderen Arbeit^[14] analysiert, ob die Experimente von TESLA – insbesondere die nahezu verlustfreie Übertragung elektrischer Energie von einem Sender an einen kilometerweit entfernten Empfänger – mittels der Vorstellung von Kraftwirkungen zwischen elektrischen Ladungen erklärt werden kann.

Schlussbemerkungen

Es wurde gezeigt, dass die linearen Feldanteile eines HERTZ'schen Dipols ohne das Konzept eines Magnetischen Feldes nur mit der Formulierung von Kräften zwischen elektrischen Ladungen beschrieben werden kann.

Der für die Induktion durch Relativbewegung notwendige Korrekturfaktor γ auf das elektrische LIÉNARD-WIECHERT Feld hat für das Resultat in diesem speziellen Anwendungsfall keine Auswirkungen. Erst bei einer Messung der nicht linearen Anteile würde sich der Korrekturfaktor bemerkbar machen.

Referenzen

- [1] BARRETT Terence W. and Dale M. GRIMES (Editors), „Advanced Electromagnetism: Foundations, Theory and Applications“, *Word Scientific Publications* (1996)
- [2] DIRAC Paul A. M., „Quantised Singularities in the Electromagnetic Field“, *Proceedings of the London Royal Society A* **133** (1931) 60-72
- [3] FRISIUS Joachim, „Von COULOMB bis EINSTEIN“, *Verlag Harry Deutsch* ISBN 3-8171-1482-6, 1. Auflage (1998)
- [4] HEALD Mark A. und Jerry B. MARION, „Classical electromagnetic radiation“, *Saunders College Publishing* ISBN 0-03-015254-2, 3. Auflage (1995)
- [5] HERTZ Heinrich Rudolf, „Über die Einwirkung einer geradlinigen electrischen Schwingung auf eine benachbarte Strombahn“, *Annalen der Physik und Chemie* **34** (1888) 155-171
- [6] HERTZ Heinrich Rudolf, „Über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der electrodynamischen Wirkungen“, *Annalen der Physik und Chemie* **34** (1888) 551-569
- [7] HERTZ Heinrich Rudolf, „Über elektrodynamische Wellen im Luftraume und deren Reflexion“, *Annalen der Physik und Chemie* **34** (1888) 609-623
- [8] MEYL Konstantin, „Elektromagnetische Umweltverträglichkeit“, *Indel Verlag, Villingen-Schwenningen* Teil **2** ISBN 3-9802542-9-1 (1999)
- [9] MICHELSON Albert Abraham and Eduard Williams MORLEY, „On the relative motion of the earth and the luminiferous aether“, *Philosophical Magazine, Series 5* **24** (1887) 449-463
- [10] MOON Parry und Domina Eberle SPENCER, „A New Electrodynamics“, *Journal Franklin Institute* **257** (May 1954) 369-382
- [11] SCHNEIDER Adolf und Inge SCHNEIDER, „Neutrino-Power – Energie aus dem Kosmos“, *NET-Journal* **4** Nr. 12 (Dezember 1999) 4-6
- [12] TESLA Nikola, „On the Dissipation of the Electrical Energy of the Hertz Resonator“, *Electrical Engineer* **14** Nr.242 (21 December 1982) 587-588
- [13] TESLA Nikola, „The True Wireless“, *Electrical Experimenter* (Mai 1919) 28-30, 61-63, 87
- [14] WASER André, „Zur Elektrodynamik gleichförmig bewegter Ladungen“, *AW-Verlag*, www.aw-verlag.ch (Juli 2000)
- [15] WASER André, „Nikola Tesla’s Radiations“, *AW-Verlag*, www.aw-verlag.ch (Juli 2000)
- [16] WASER André, „Review zum Experiment „Drahtlose Übertragung von Skalarwellen“ von Prof. Dr. Konstantin Meyl“, *raum&zeit* **107** (September-Oktober 2000)
- [1] WEBER Wilhelm Eduard, „Elektrodynamische Maassbestimmungen“, *Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig* (1846)